



## Workshop Praktikum A

WS 22/23

# Who, what and why?



Maurice Kirchner (he/him)  
B.Sc. Physik (wip)  
mkirchner@ph2.uni-koeln.de

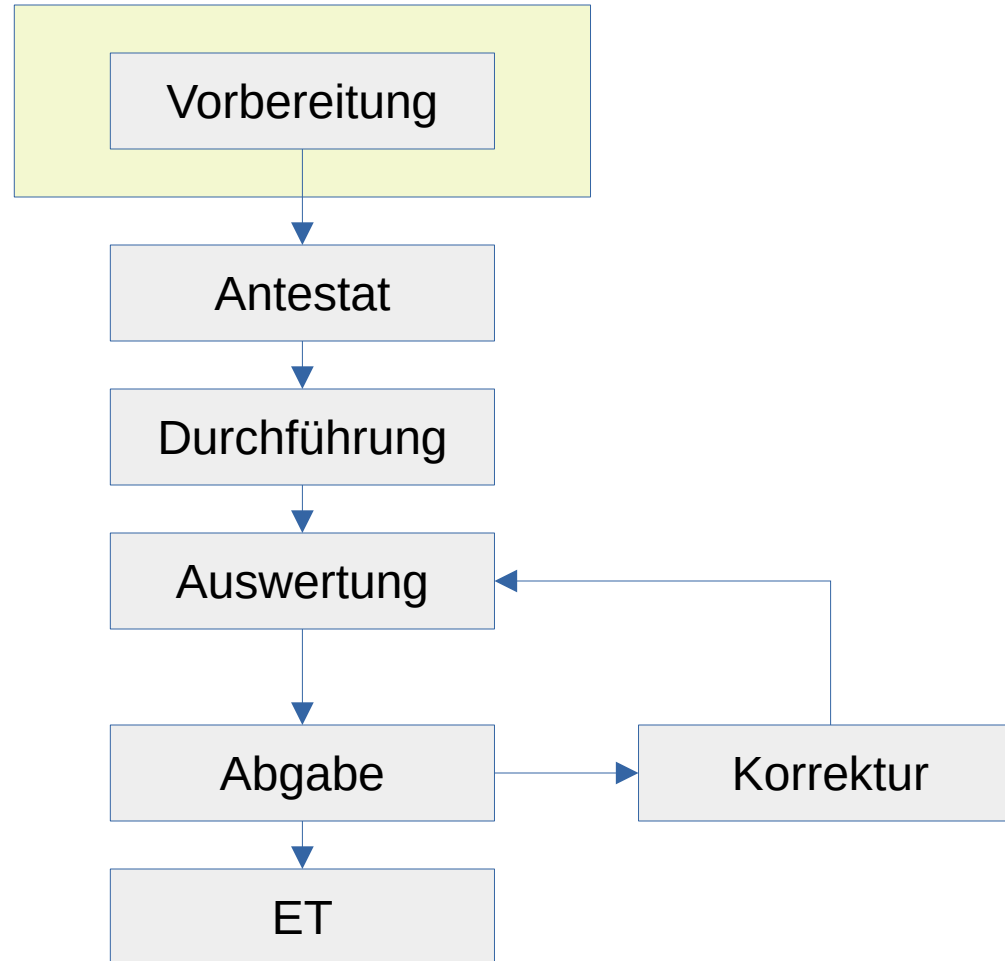


Abb. 1 AP vs Zweit<sup>1</sup>

\*alle anderen

# Disclaimer

- Inhalt nach bestem Wissen und Gewissen
- Letztes Wort hat die AP Seite<sup>2</sup>:



Fehlerrechnung<sup>3</sup> (pdf)



Allgemeine Hilfen<sup>4</sup> (pdf)

# Modellversuch

## Mathematisches Pendel

### ■ Schritt 0: Lesen und Fragen klären:

- Kraft, Impuls,  $E_{\text{pot}}$ ,  $E_{\text{kin}}$
- Winkel, -geschwindigkeit, -beschleunigung
- Amplitude, Periode, (Kreis-)Frequenz



Anleitung M1<sup>5</sup> (pdf)

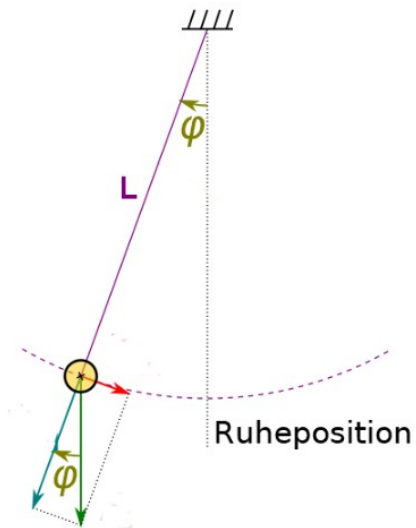


Abb. 2 Pendel<sup>5</sup>

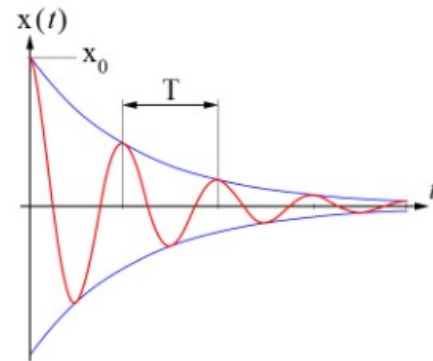
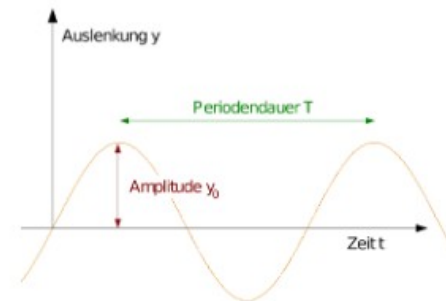
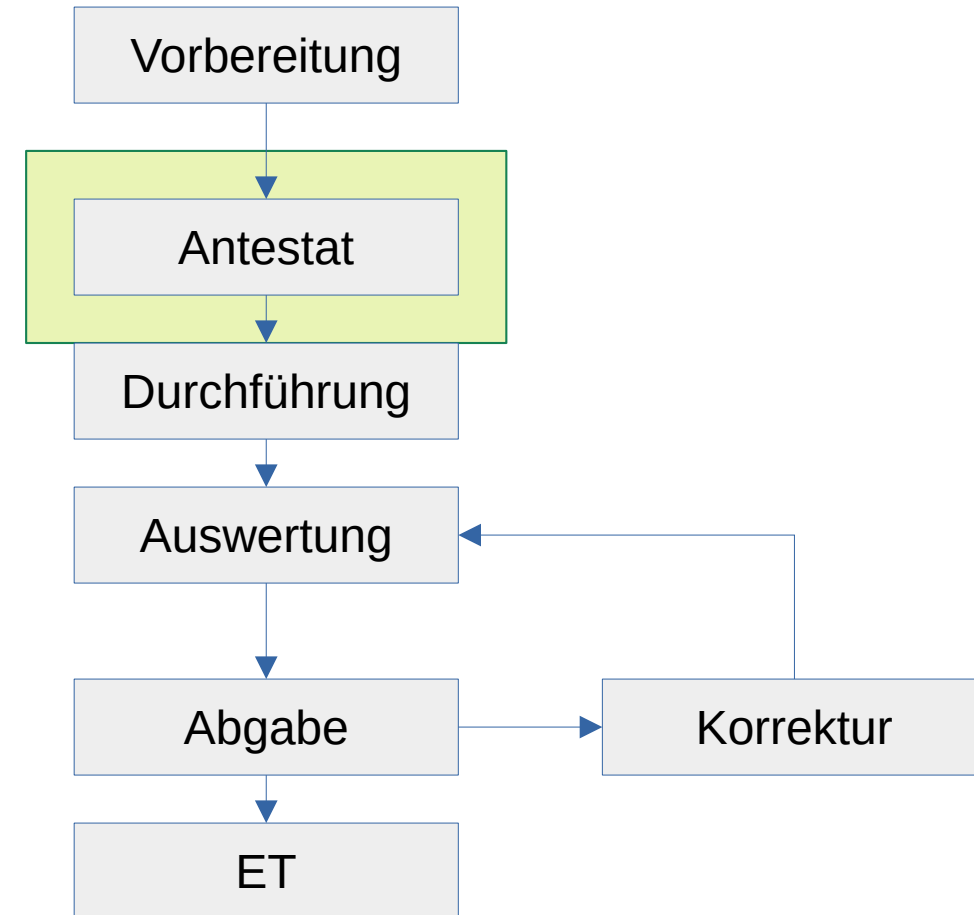
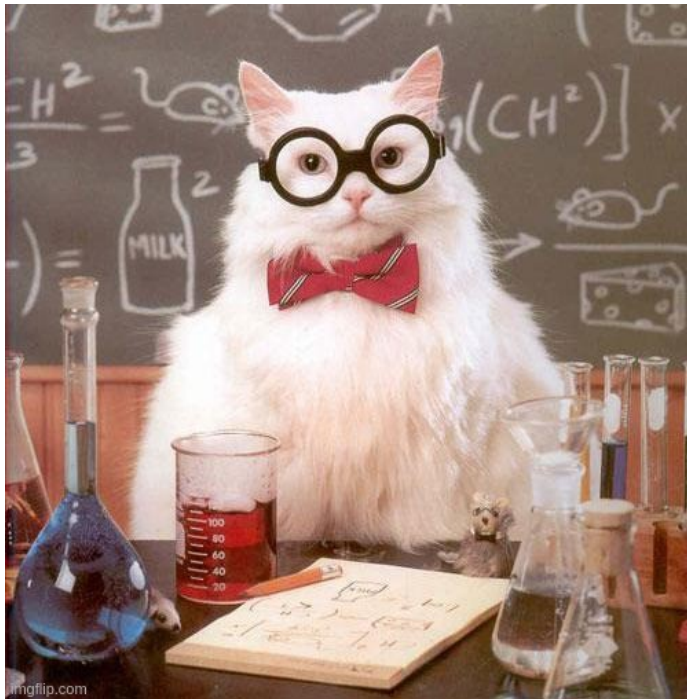


Abb. 3 Schwingung<sup>5</sup>



# Modellversuch

## Mathematisches Pendel



# Modellversuch

## Mathematisches Pendel

- Schritt 1: Messprinzip klären
- Schritt 2: Messgrößen bestimmen

$$F_{g,\text{tan}} = F_{\varphi}$$

$$\text{Ansatz: } A(t) = A_0 e^{-\omega t}$$

$$-mg \sin(\varphi) = mL\ddot{\varphi}$$

$$\implies \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\varphi \text{ klein} \approx -\frac{g}{L}\varphi = \ddot{\varphi}$$

$$\iff g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

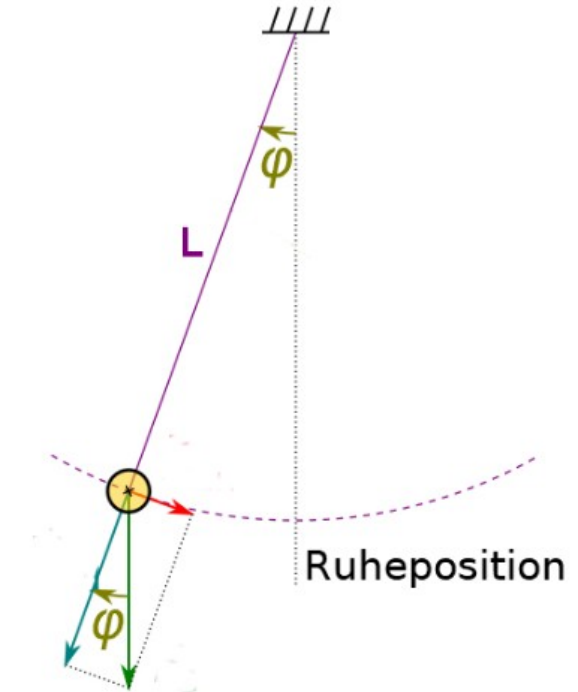


Abb. 2 Pendel<sup>5</sup>

- Schritt 3: Quellen für Messfehler identifizieren

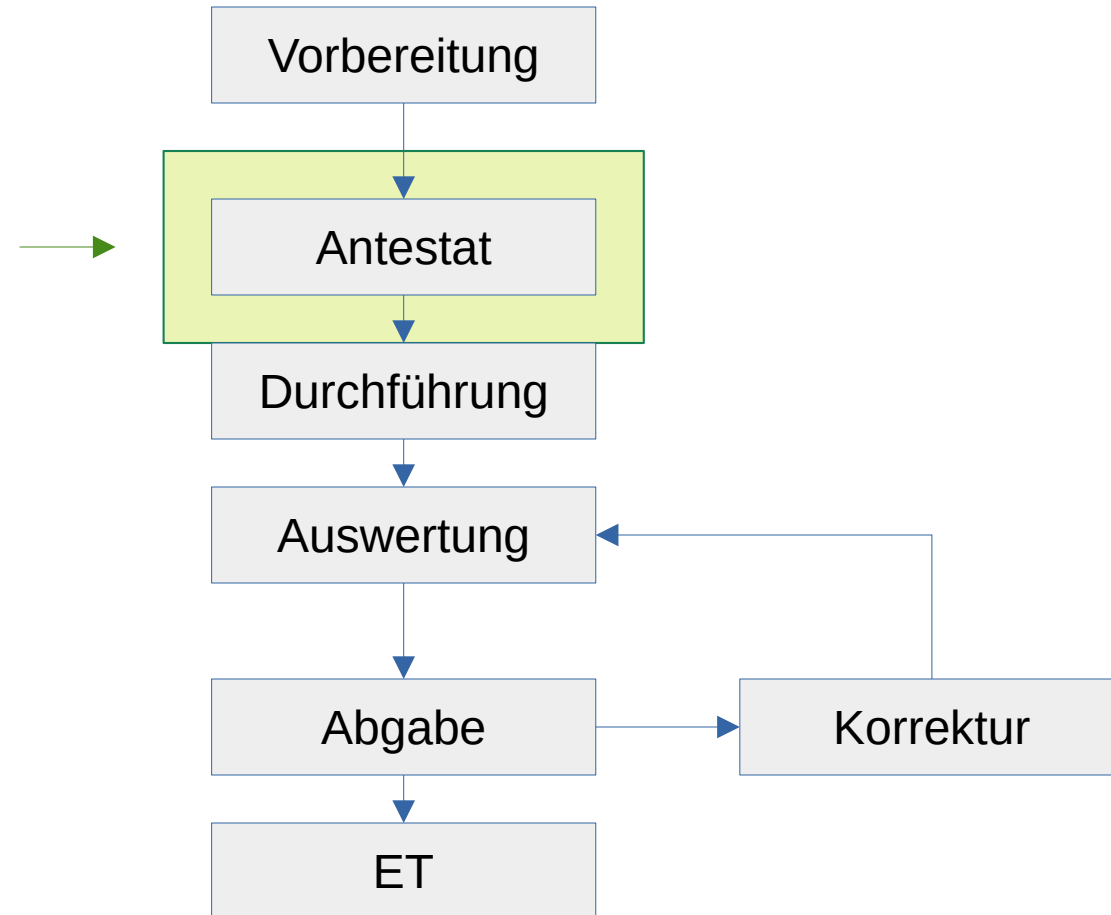
# Modellversuch

## Mathematisches Pendel

Ihr habt gerade das  
Antestat bestanden!\*

### Merken (3Ms):

- Messprinzip
- Messgrößen
- Messfehler



\*Kann je nach BetreuerIn variieren

# Modellversuch

## Mathematisches Pendel

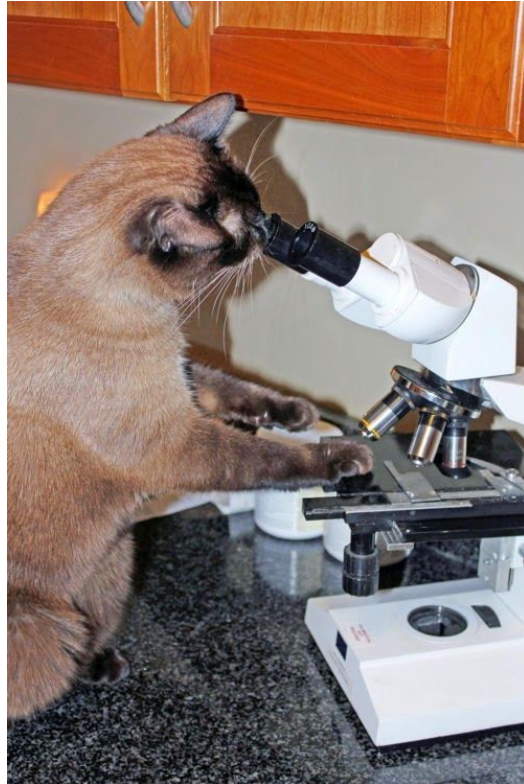
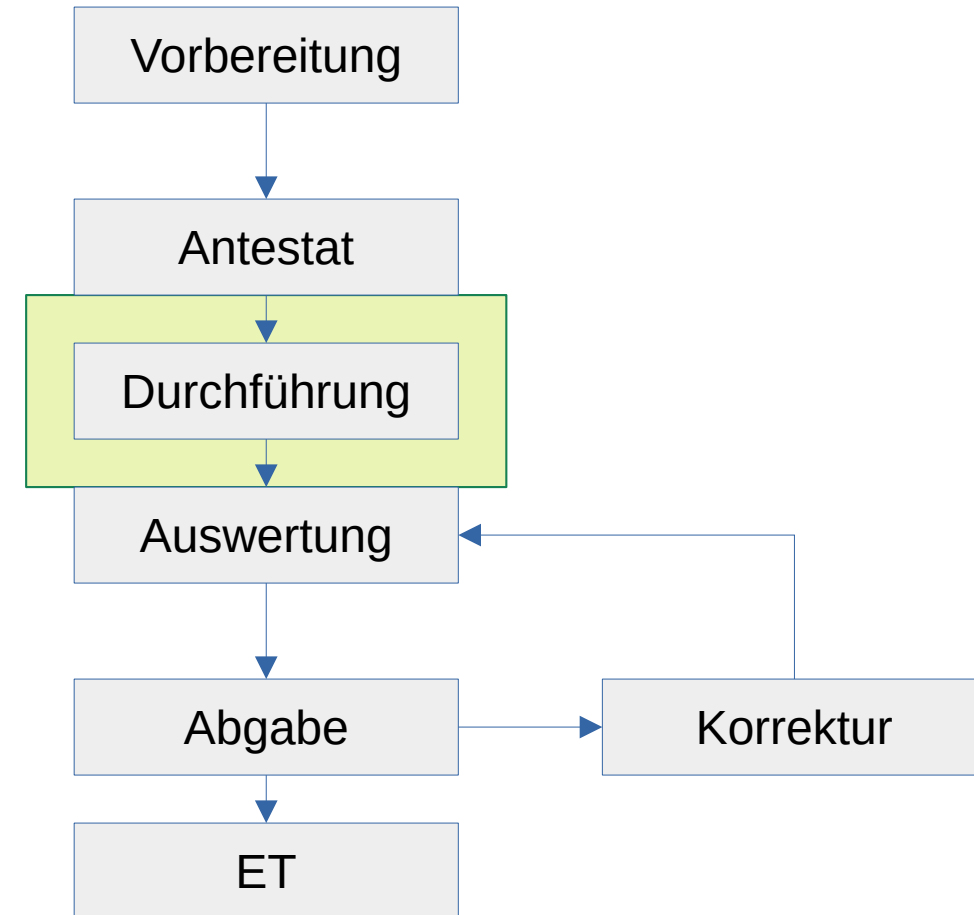


Abb. 4 Zweiti vs AP<sup>6</sup>





# Pause

# Modellversuch

## Mathematisches Pendel

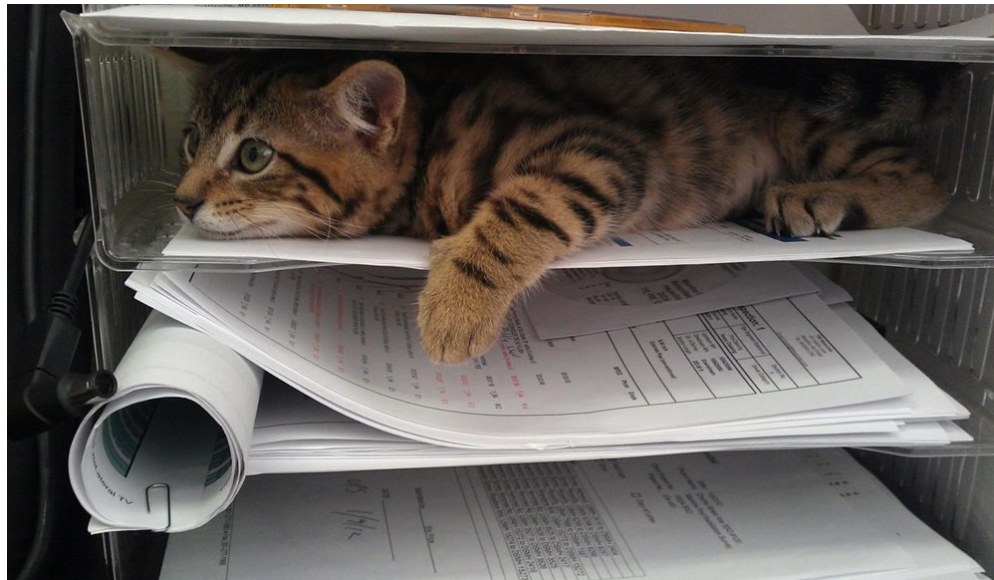
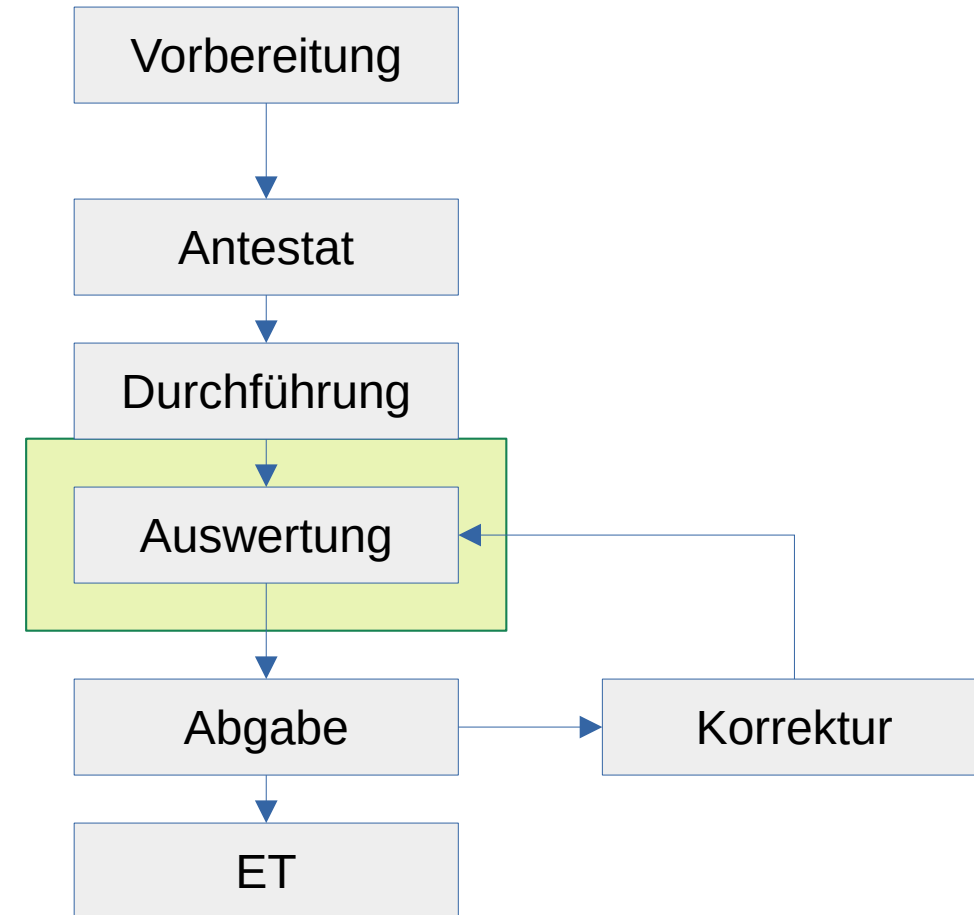


Abb. 6 Das AP schlägt zurück<sup>12</sup>



# Messwerte und Fehler

## Genauigkeit

- Gemessener Wert nicht zwangsweise wahrer Wert
- Genauigkeit = Richtigkeit + Präzision

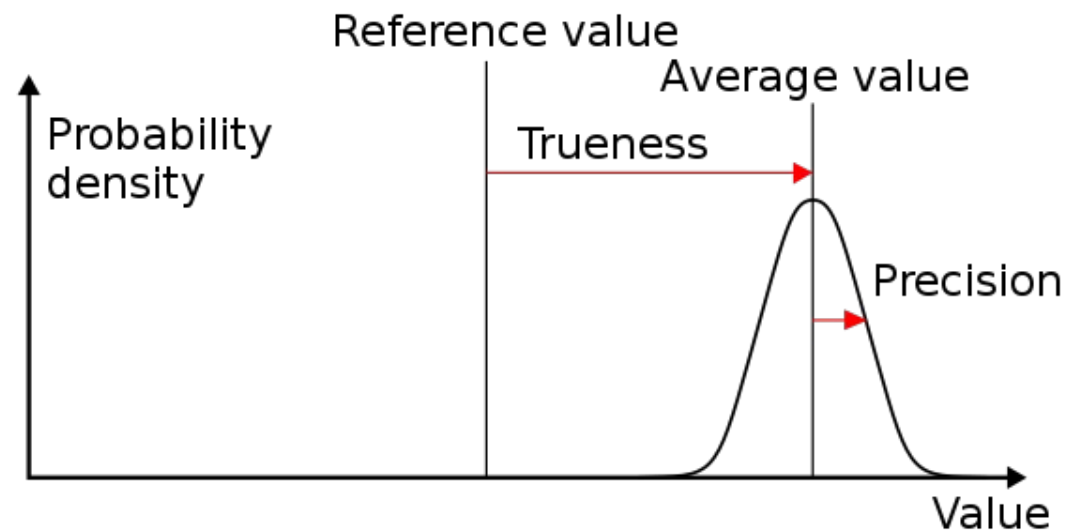


Abb. 7 Richtigkeit und Präzision<sup>7</sup>

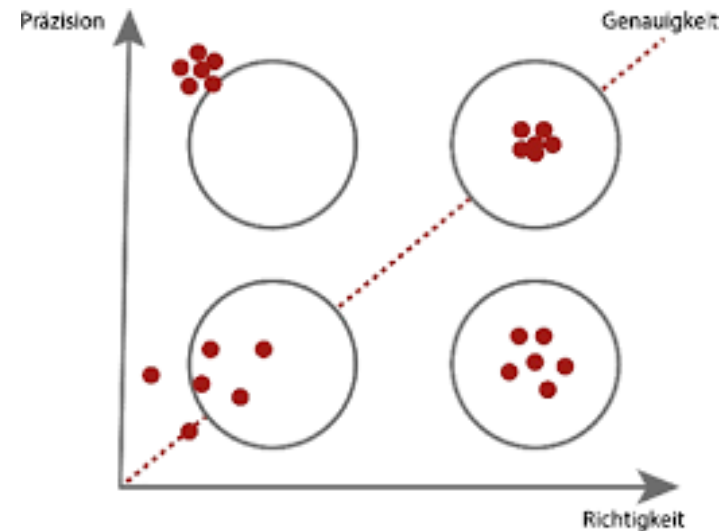


Abb. 8 Präzision und Richtigkeit<sup>8</sup>

# Messwerte und Fehler

Genauigkeit

Richtigkeit vs. Systematische Fehler

(Referenzwert)

(Können sich aufheben)

Präzision vs. Zufällige Fehler

(Wiederholung)

(Addieren sich immer)

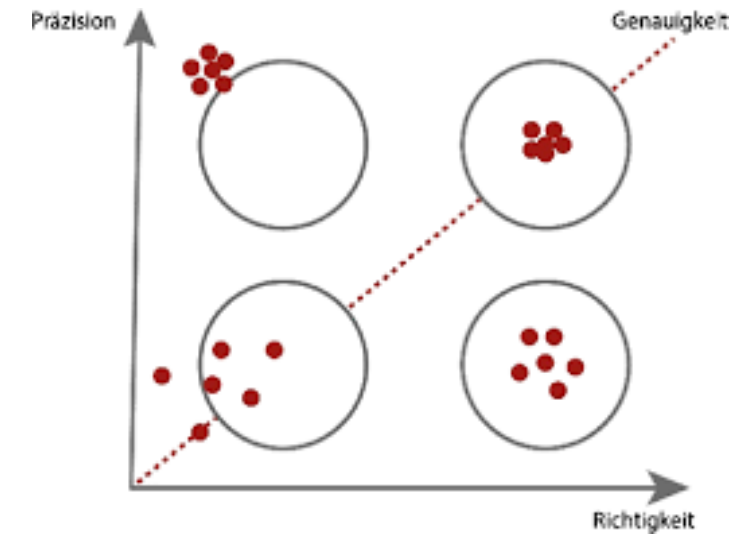


Abb. 9 Richtigkeit und Präzision<sup>8</sup>

# Messwerte und Fehler

## Mittelwert

- Messwert wird gemittelt: Bei hohen N (und ohne systematischen Fehler:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} \rightarrow x$ )

- Versch. Mittelwerte für versch. Situationen. Hier: arithmetischer

Mittelwert 
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- Problem

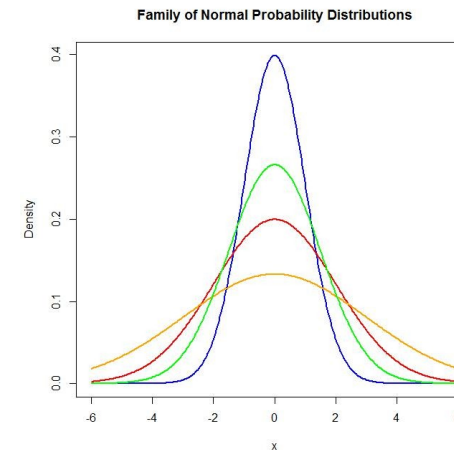
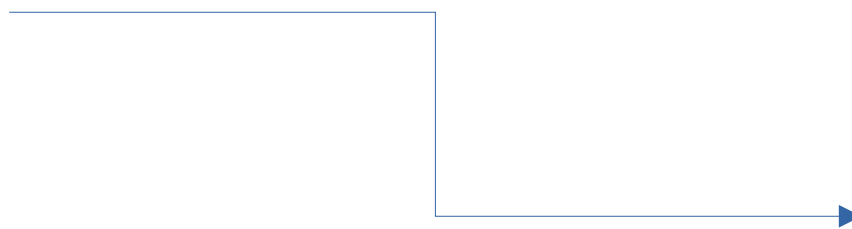


Abb. 10 ...normal<sup>9</sup>

# Messwerte und Fehler

## Varianz

- **Varianz  $\sigma^2$ :**

Mittlere quadratische Abweichung einer reellen Zufallsvariablen von ihrem Erwartungswert

$$\sigma^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

- **Messwerte:**

Unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit endlicher Varianz

# Messwerte und Fehler

## Standardabweichung und Standardfehler

- Standardabweichung  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

- Standardfehler (des Mittelwerts):

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

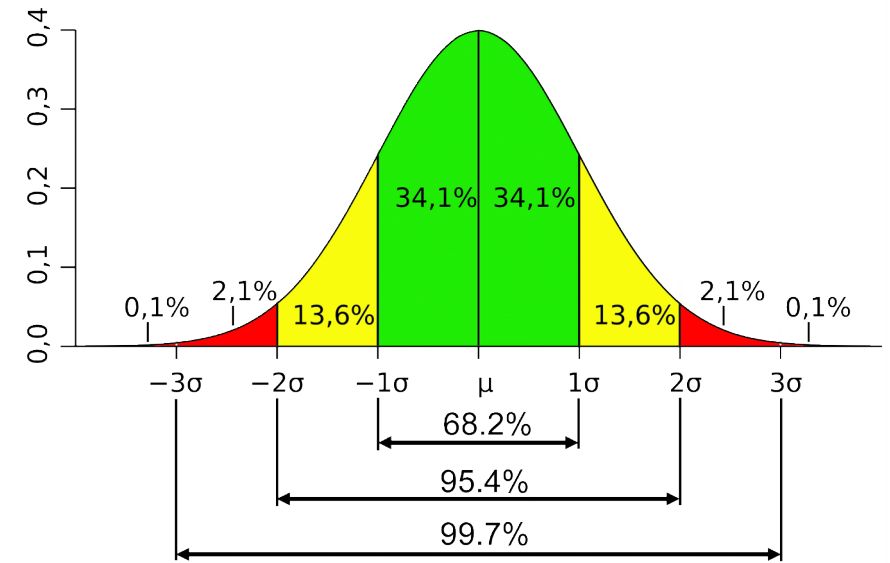


Abb. 11 Konfidenzintervalle<sup>10</sup>

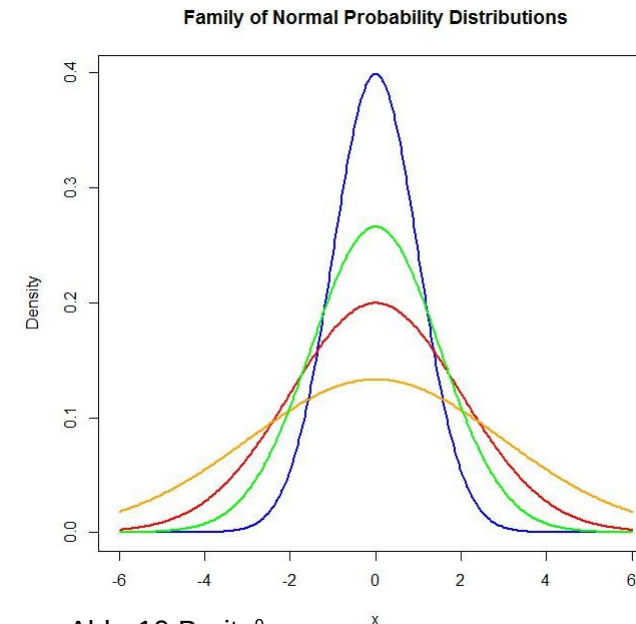
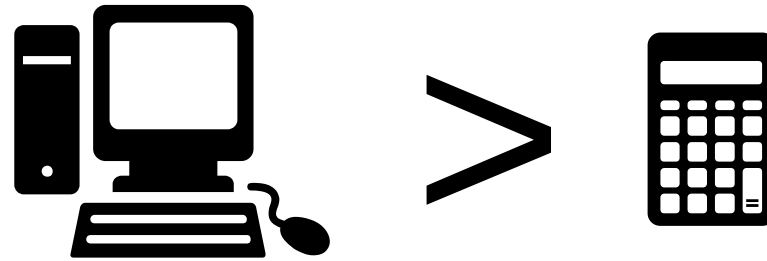


Abb. 10 Breite<sup>9</sup>

# Messwerte und Fehler

Intermezzo





# Messwerte und Fehler

## Standardabweichung und Standardfehler

- Standardabweichung  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  :

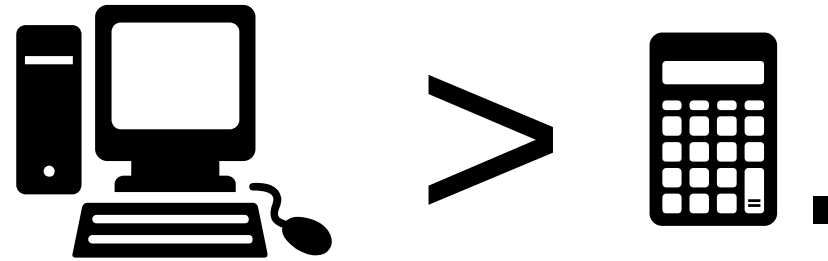
~~$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$~~  $\longrightarrow$  =STDEV(A1:A20)

- Standardfehler (des Mittelwerts)  $s$ :

~~$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$~~  $\longrightarrow$  =STDEV(A1:A20) /  
SQRT(COUNT(A1:A20))

# Messwerte und Fehler

Intermezzo



# Messwerte und Fehler

## Fehlerfortpflanzung

- **Werte** und **Fehler**, now what?
- Interessante Größen setzen sich aus Anderen zusammen

Mega  
Fehlerbehaftet??

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

Fehlerbehaftet

Fehlerbehaftet

- Wie verhält sich das mit den Fehlern?

# Messwerte und Fehler

## Fehlerfortpflanzung

- **Werte** und **Fehler**, now what?
- Interessante Größen setzen sich aus Anderen zusammen

Mega  
Fehlerbehaftet??

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

Fehlerbehaftet

Fehlerbehaftet

- Wie verhält sich das mit den Fehlern?

# Messwerte und Fehler

## Fehlerfortpflanzung

Wenn Fehler  $s_a$ ,  $s_b$  unabhängig und so klein, dass die Abweichungen als linear auf die Funktion wirkend betrachtet werden können:

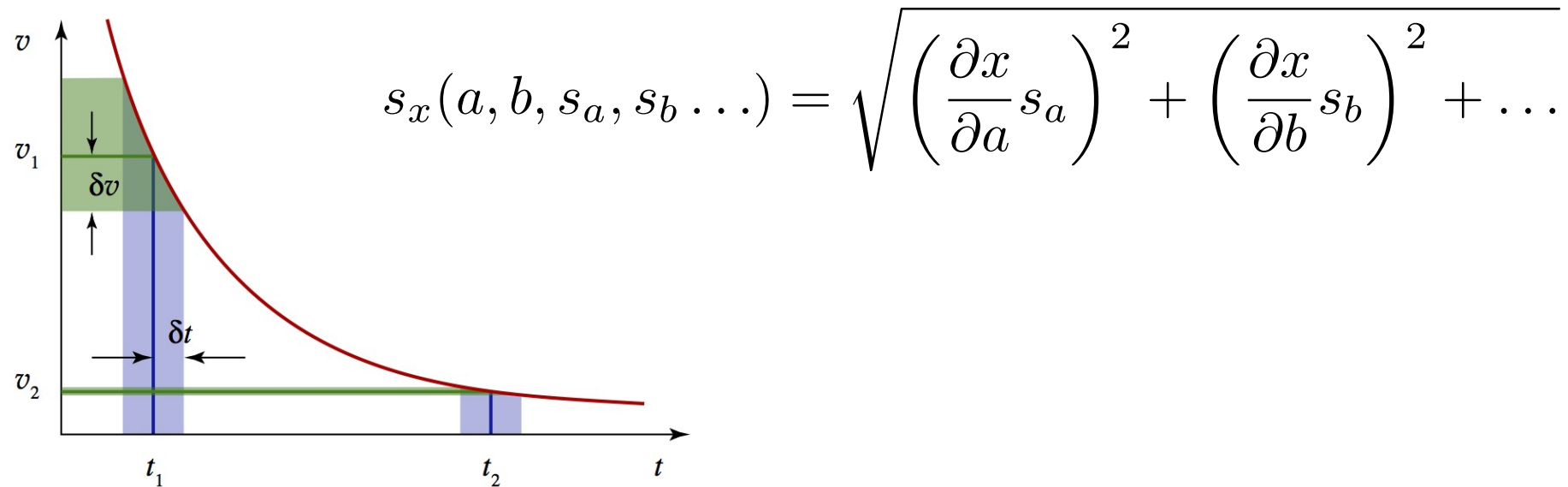


Abb.12 Zur Intuition der Fehlerfortpflanzung<sup>11</sup>

# Messwerte und Fehler

## Fehlerfortpflanzung: Beispiel

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial L} \left[ \frac{4\pi^2 L}{T^2} \right] = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

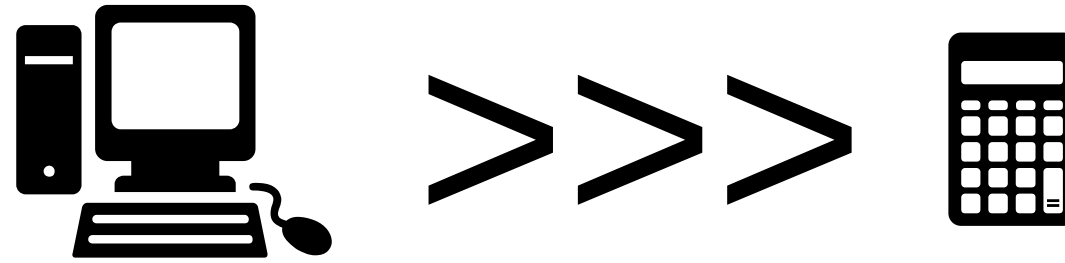
$$\frac{\partial}{\partial T} \left[ \frac{4\pi^2 L}{T^2} \right] = -\frac{8\pi^2 L}{T^3}$$

$$s_x(a, b, s_a, s_b \dots) = \sqrt{\left( \frac{\partial x}{\partial a} s_a \right)^2 + \left( \frac{\partial x}{\partial b} s_b \right)^2 + \dots}$$

$$s_g = \sqrt{\left[ \left( \frac{4\pi^2}{T^2} \right) \cdot s_L \right]^2 + \left[ \left( -\frac{8\pi^2 L}{T^3} \right) \cdot s_T \right]^2}$$

# Messwerte und Fehler

Intermezzo



# Grafisches

## Werte eintragen

- Skala:  $(x, y)_{min}$  bis  $(x, y)_{max}$  inklusive Fehler
- Werte samt Fehlerbalken eintragen
- Mögliche Ausreißer identifizieren

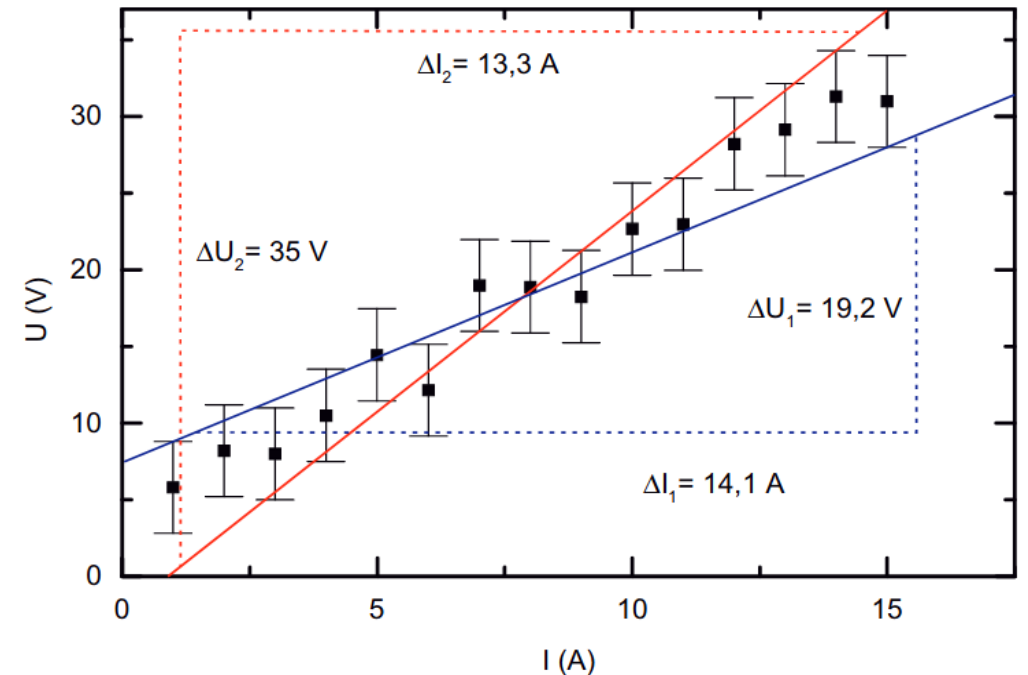


Abb. 13 Linear Fit<sup>11</sup>



# Grafisches

Geradenanpassung  $a = mx + b$

- Extremalgeraden einzeichnen (2/3 der Fehlerbereiche streifen)
- Steigungen bestimmen
- Mittelwert bilden
- Fehler bestimmen
- Y-Achsenchnitt berechnen

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2}$$

$$\Delta m = \left| \frac{m_1 - m_2}{2} \right|$$

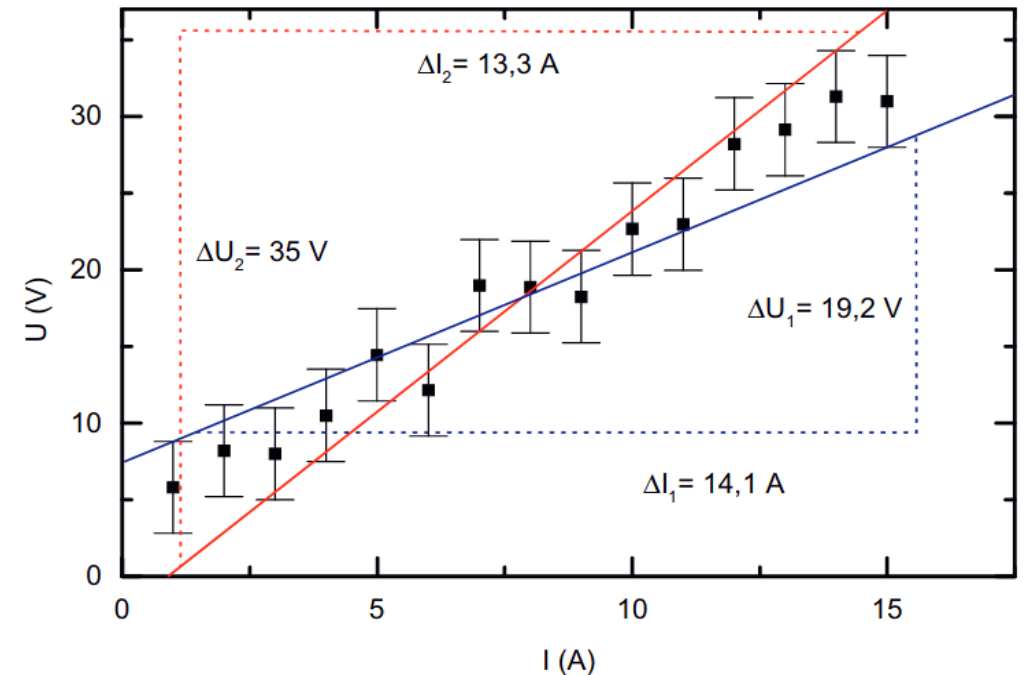
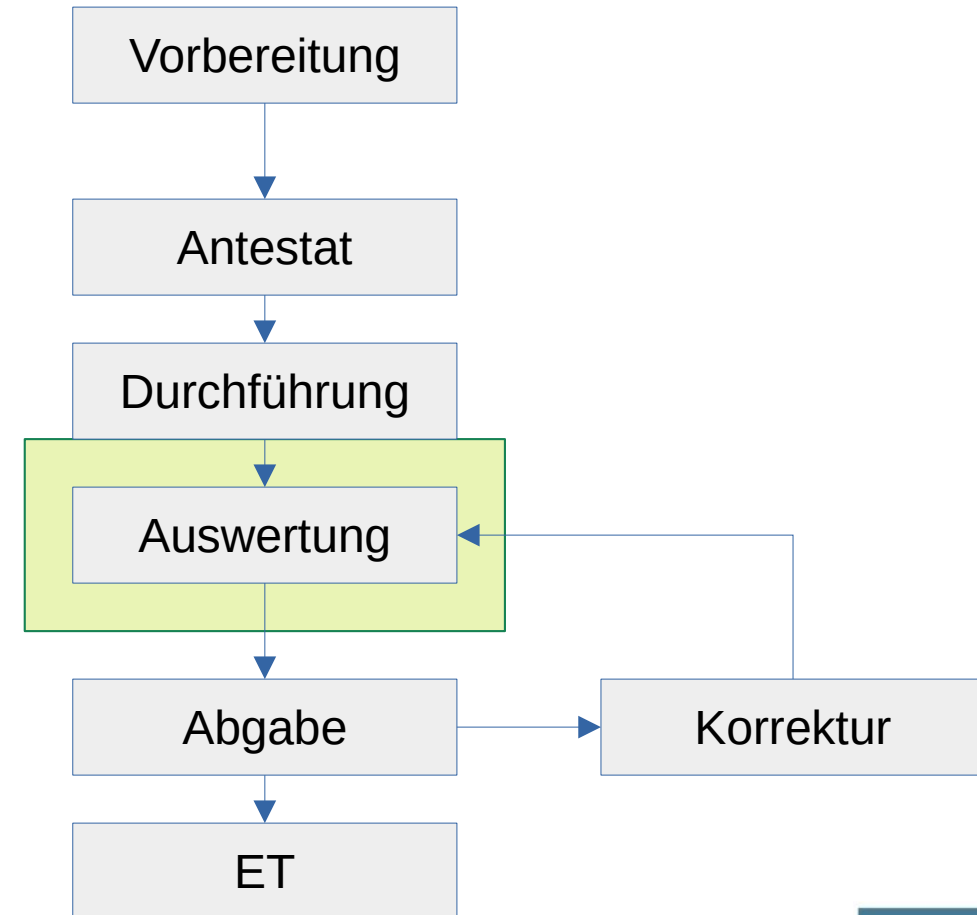


Abb. 12 Linear Fit<sup>11</sup>

# Messwerte und Fehler

## Überblick

Ihr habt gerade 90%  
von der Auswertung  
gemacht!\*



# Referenz

- 1 <http://fazewp.fazemediainc.netdna-cdn.com/cms/wp-content/uploads/2015/06/coyote-1.5-2.jpg>
- 2 <https://teaching.astro.uni-koeln.de/AP>
- 3 [https://teaching.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum\\_a/Anleitung\\_zur\\_Fehlerrechnung.pdf](https://teaching.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum_a/Anleitung_zur_Fehlerrechnung.pdf)
- 4 [https://teaching.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum\\_a/allgemeine\\_Hilfen\\_Praktikum\\_A.pdf](https://teaching.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum_a/allgemeine_Hilfen_Praktikum_A.pdf)
- 5 [https://teaching.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum\\_a/M1\\_Nebenfaechler.pdf](https://teaching.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum_a/M1_Nebenfaechler.pdf)
- 6 <https://i.pinimg.com/originals/a5/41/b4/a541b4eb03be2e16b0c0360a09ef672e.jpg>
- 7 [https://en.wikipedia.org/wiki/Accuracy\\_and\\_precision#/media/File:Accuracy\\_\(trueness\\_and\\_precision\).svg](https://en.wikipedia.org/wiki/Accuracy_and_precision#/media/File:Accuracy_(trueness_and_precision).svg)
- 8 [https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.degruyter.com%2Fdocument%2Fdoi%2F10.1515%2Fteme-2019-0115%2Fhtml%3Folang%3Dde&psig=AOvVaw2K\\_-SHi4\\_N8F2ZG1lx2O9R&ust=1665231291609000&source=images&cd=vfe&ved=0CAkQjRxqFwoTCNj8hKGMzvoCFQAAAAAdAAAAABAM](https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.degruyter.com%2Fdocument%2Fdoi%2F10.1515%2Fteme-2019-0115%2Fhtml%3Folang%3Dde&psig=AOvVaw2K_-SHi4_N8F2ZG1lx2O9R&ust=1665231291609000&source=images&cd=vfe&ved=0CAkQjRxqFwoTCNj8hKGMzvoCFQAAAAAdAAAAABAM)
- 9 <https://sites.nicholas.duke.edu/statsreview/files/2013/06/family.jpeg>
- 10 [https://projectmanager.com.au/wp-content/uploads/2016/07/Weaver\\_SD3.png](https://projectmanager.com.au/wp-content/uploads/2016/07/Weaver_SD3.png)
- 11 <http://www.physics.hmc.edu/courses/p057/pmwiki/uploads/Physics/ErrorPropagation.png>
- 12 <https://i.chzbgr.com/original/9002083840/hA5E6362C/file-work-papers-kitten-cats-9002083840>